

ВПЛИВ ТЕМПЕРАТУРИ НА ДИНАМІКУ КОРІОЛІСОВОГО ВІБРАЦІЙНОГО ГІРОСКОПА

Вступ

При проектуванні, розробці та дослідженні коріолісового вібраційного гіроскопа (КВГ) важливим фактором є наявність адекватної математичної та чисельної комп'ютерної моделі, яка б враховувала всі можливі збурення, які діють на нього. Це дозволить дослідити похибки, виділити їх та синтезувати алгоритми або пристрої їх компенсації.

Математична модель ідеального КВГ зазвичай записується у вигляді системи двох диференціальних рівнянь [1, 2, 3, 6], однак КВГ з урахуванням збурень в різних джерелах літератури описується по різному. Якщо розглядати температурну складову збурення, то в літературі представлені недостатньо ефективні підходи її описання. Наприклад, існує підхід, при якому температурна похибка описується у вигляді додатка до вихідного сигналу полінома з відомими коефіцієнтами [5]. Також існує підхід, при якому температурна похибка представляється додатковими вхідним та внутрішнім стохастичними сигналами типу «білий шум» [3]. У роботі [6] математична модель температурної похибки описується на основі припущення, що під дією температури зміщується центр мас чутливого елемента. Такі підходи опису температурного впливу не є ефективними, тому що вони базуються або на наслідках температурного впливу, або на неадекватних твердженнях про природу виникнення останнього. У роботі [4] представлені залежності коефіцієнта демпфування та коефіцієнта пружності підвісу від температури, а також спрощена математична модель температурно збуреного ММГ камертонного типу, за аналогією з якою можна скласти математичну модель температурно збуреного КВГ планарного типу. Тому актуальною темою є дослідження впливу температури на КВГ на основі математичної моделі температурно збуреного КВГ яка базується на більш логічних твердженнях про природу температурного впливу ніж представлені в літературі.

Постановка задачі

Метою статті є складання математичної та комп'ютерної моделі КВГ з урахуванням температурного впливу, що базується на більш логічних припущеннях ніж представлені в літературі та дослідження впливу температури на динаміку КВГ.

Математична та комп'ютерна модель КВГ з урахуванням температурного впливу

З літератури відомо, що рівняння руху чутливого елемента (ЧЕ) КВГ можна записати у вигляді системи двох диференціальних рівнянь [2]:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + 2\zeta_1 \cdot k_1 \cdot \dot{x}_1 + (k_1^2 - \Omega^2) \cdot x_1 + g_1 \Omega \dot{x}_2 + d_3 \dot{\Omega} x_2 = q_1(t), \\ \ddot{x}_2 + 2\zeta_2 \cdot k_2 \cdot \dot{x}_2 + (k_2^2 - \Omega^2) \cdot x_2 - g_2 \Omega \dot{x}_1 - \dot{\Omega} = q_2(t), \end{cases} \quad (1)$$

де: x_1 – узагальнена координата по осі збудження Ox_1 (первинні коливання); x_2 – узагальнена координата по осі зйому Ox_2 (вторинні коливання); m_1 – маса рамки; m_2 – маса ЧЕ; ζ_1 та ζ_2 – безрозмірні відносні коефіцієнти демпфування; Ω – вимірювана кутова швидкість; $q_1(t)$ та $q_2(t)$ – узагальнені прискорення від зовнішніх сил; $d_3 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$,

$g_1 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}$, $g_2 = 2$ – безрозмірні коефіцієнти динамічної несиметричності пружного підвісу та ЧЕ загалом; k_1 , k_2 – відповідні парціальні частоти;

$$k_1 = \sqrt{\frac{c_1}{m_1 + m_2}}, \quad k_2 = \sqrt{\frac{c_2}{m_2}}, \quad (2)$$

де c_1 та c_2 – жорсткості пружного підвісу по осям Ox_1 та Ox_2 відповідно. Пружний підвіс по кожній з осей представляється у вигляді чотирьох балок прямокутного перерізу працюючих на згин, тоді:

$$c_1 = \frac{48E_1J_1}{l_1^3}, \quad c_2 = \frac{48E_2J_2}{l_2^3}, \quad (3)$$

де E_1 та E_2 – модулі Юнга пружного підвісу по відповідним осям;

J_1 та J_2 – моменти інерції пружного підвісу;

l_1 та l_2 – довжини елементів пружного підвісу по відповідним осям.

Згідно [3], використовуючи до (1) перетворення Лапласа з нульовими початковими умовами, математична модель КВГ може бути представлена у вигляді:

$$\begin{cases} x_1 s^2 + 2\xi_1 k_1 x_1 s + k_1^2 x_1 + 2d\Omega x_2 s + d\dot{\Omega} x_2 = q_1(t) \\ x_2 s^2 + 2\xi_2 k_2 x_2 s + k_2^2 x_2 - 2\Omega x_1 s - \dot{\Omega} x_1 = q_2(t) \end{cases} \quad (4)$$

де $s = \frac{d}{dt}$ – змінна Лапласа

Система (4) може бути представлена у вигляді схеми:

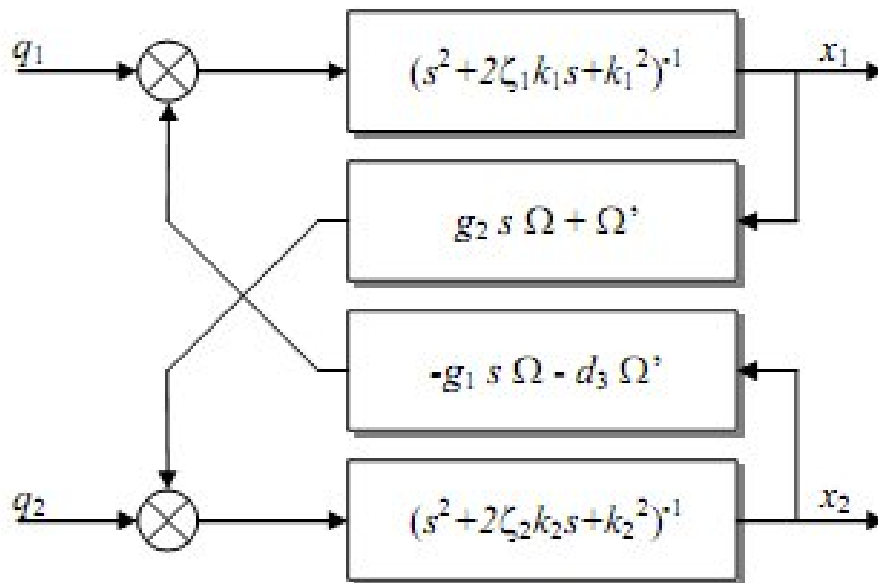


Рис. 1. Схема рівнянь руху ЧЕ КВГ

За допомогою СКМ Matlab Simlink схема, що зображена на рис. 1, реалізується у вигляді:

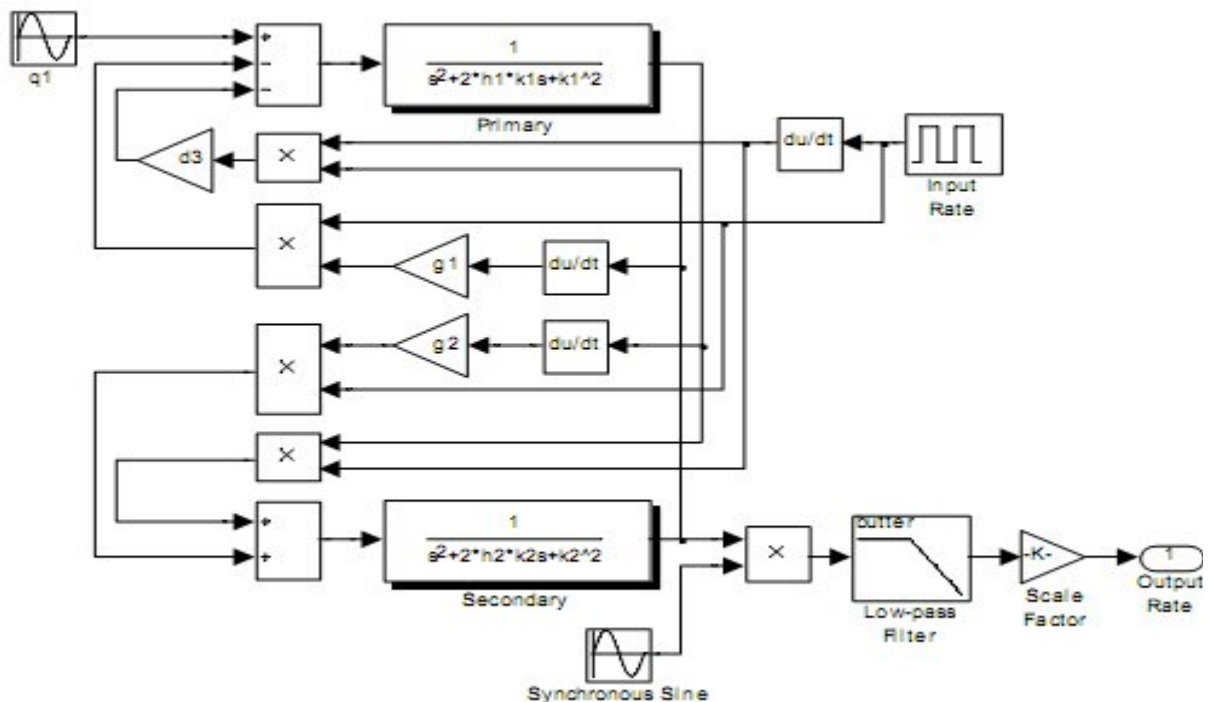


Рис. 2. Схема реалізації рівнянь КВГ у Simulink

Доцільно стверджувати, що основними характеристиками КВГ, які чутливі до зміни температури є жорсткість пружного підвісу та коефіцієнт демпфування. В літературі [4] представлені лінійні варіації залежностей довжини довільного елемента та модуля Юнга від температури:

$l = l_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)$ – довжина довільного елемента, де α – температурний коефіцієнт теплового розширення, $E = E_0(1 + \alpha_E \cdot \Delta T)$ – модуль Юнга, де α_E – температурний коефіцієнт модуля Юнга, $\Delta T = T - T_0$ – зміна температури. Згідно цих залежностей вираз для жорсткостей пружного підвісу по осям Ox_1 та Ox_2 (3) може бути записаний в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} c_{1,2}(T) &= c_{0,2}(1 + \alpha_{E,2} \Delta T)(1 + \alpha_{1,2} \cdot \Delta T) = \\ &= \frac{48E_{1,2}J_{1,2}}{l_{1,2}^3}(1 + \alpha_{E,2} \Delta T)(1 + \alpha_{1,2} \cdot \Delta T). \end{aligned} \quad (5)$$

Також в [4] представлена залежність коефіцієнта демпфування від температури:

$$\zeta = \zeta_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^\mu, \quad (6)$$

де μ – температурний коефіцієнт зміни демпфування (для водня $\mu = 0.678$); $c_{0,2}$ та ζ_0 – коефіцієнти жорсткості та коефіцієнт демпфування відповідних матеріалів та середовища при початковій температурі (23°C). Підставляючи (4) у (2), отримуємо вираз для парціальних частот коливань з урахуванням зміни температури:

$$\begin{aligned} k_{1,2} &= k_{1,2_0} \sqrt{(1 + \alpha_E \Delta T)(1 + \alpha \cdot \Delta T)} = \\ &= k_{1,2_0} \sqrt{(1 + \alpha_E (T - T_0))(1 + \alpha \cdot (T - T_0))}. \end{aligned} \quad (7)$$

Тоді підставляючи (7) та (6) в (1), отримуємо

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + 2\zeta_{1_0} \left(\frac{T}{T_0}\right)^\mu \cdot k_{1_0} \sqrt{(1 + \alpha_E (T - T_0))(1 + \alpha (T - T_0))} \cdot \dot{x}_1 + \\ + (k_{1_0}^2 \cdot (1 + \alpha_E (T - T_0))(1 + \alpha (T - T_0)) - \Omega^2) \cdot x_1 + g_1 \Omega \dot{x}_2 + d_3 \dot{\Omega} x_2 = q_1(t) \\ \ddot{x}_2 + 2\zeta_{2_0} \left(\frac{T}{T_0}\right)^\mu \cdot k_{2_0} \sqrt{(1 + \alpha_E (T - T_0))(1 + \alpha (T - T_0))} \cdot \dot{x}_2 + \\ + (k_{2_0}^2 \cdot (1 + \alpha_E (T - T_0))(1 + \alpha (T - T_0)) - \Omega^2) \cdot x_2 - g_2 \Omega \dot{x}_1 - \dot{\Omega} x_1 = q_2(t) \end{cases} \quad (8)$$

Система (8) – математична модель динаміки КВГ з урахуванням температурного впливу. Дана модель базується на більш логічних припущеннях про природу температурного впливу на елементи та середовище КВГ ніж описані раніше в літературі.

На основі комп'ютерної моделі, що зображена на рис. 2, та з урахуванням температурно збуреної математичної моделі КВГ (8) синтезовано комп'ютерну модель з урахуванням температурного впливу,

яка зображена на рис. 3. В даній моделі згідно [4] взяті такі значення параметрів: $\mu = 0.678$, $\alpha = 0.5 \cdot 10^{-6}$, $\alpha_E = -46 \cdot 10^{-6}$.

На рис. 3 блоки primary (var par) та secondary (var par) – блоки реалізації передатних функцій $\frac{1}{S^2 + 2\zeta_1(T)k_1(T)S + k_1^2(T)}$ та $\frac{1}{S^2 + 2\zeta_2(T)k_2(T)S + k_2^2(T)}$ зі змінними параметрами (залежними від температури), а блоки denum1 та denum2 реалізують відповідно поліноми їх знаменників.

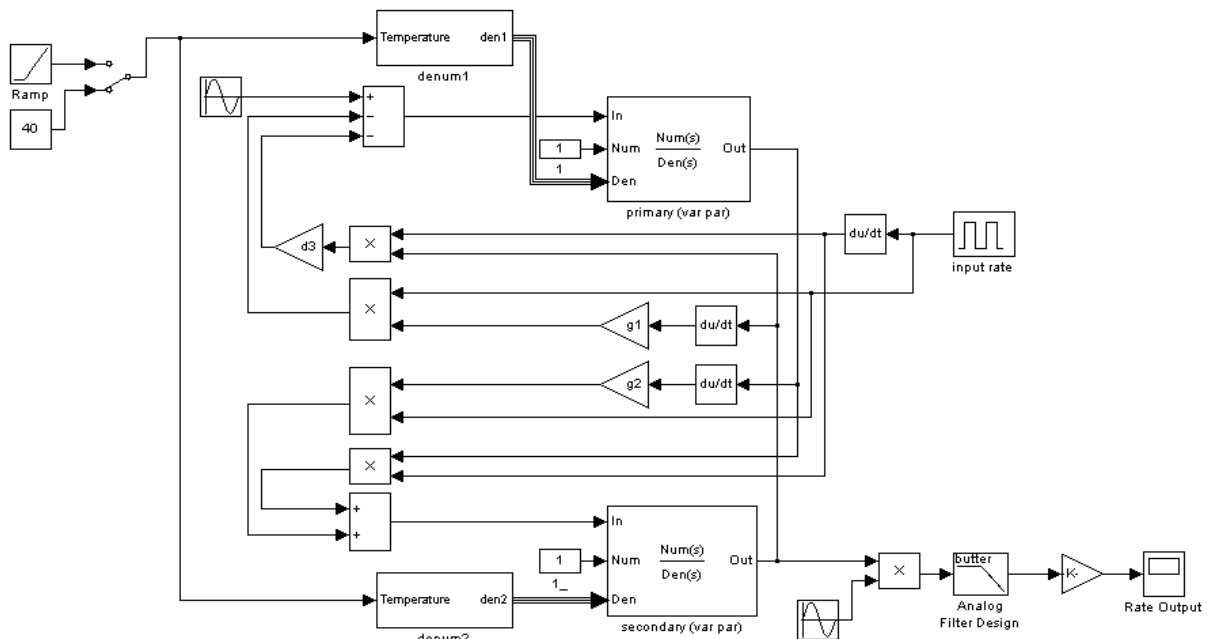


Рис. 3 Комп'ютерна модель КВГ з урахуванням температурного впливу

На рис. 4 показана реалізація блоку denum1. Блок denum2 реалізується аналогічно.

Покажемо результати моделювання отриманої комп'ютерної моделі. На рис. 5 зображено порівняння вихідного сигналу комп'ютерної моделі КВГ з урахуванням температурного впливу та без нього при пульсуючому сигналі на вході, де тонкою лінією позначено вхідний сигнал, середньою лінією – сигнал моделі без урахування температурного впливу, товстою лінією – з урахуванням (при $\Delta T = const = 10^\circ K$). Бачимо що існує відхилення сигналу першої моделі від другої, яке представляє собою температурну похибку.

На рис. 6 зображена температурна похибка, яка при дії на вході системи імпульсів з амплітудою 1 рад/с досягає значення 0,075 рад/с.

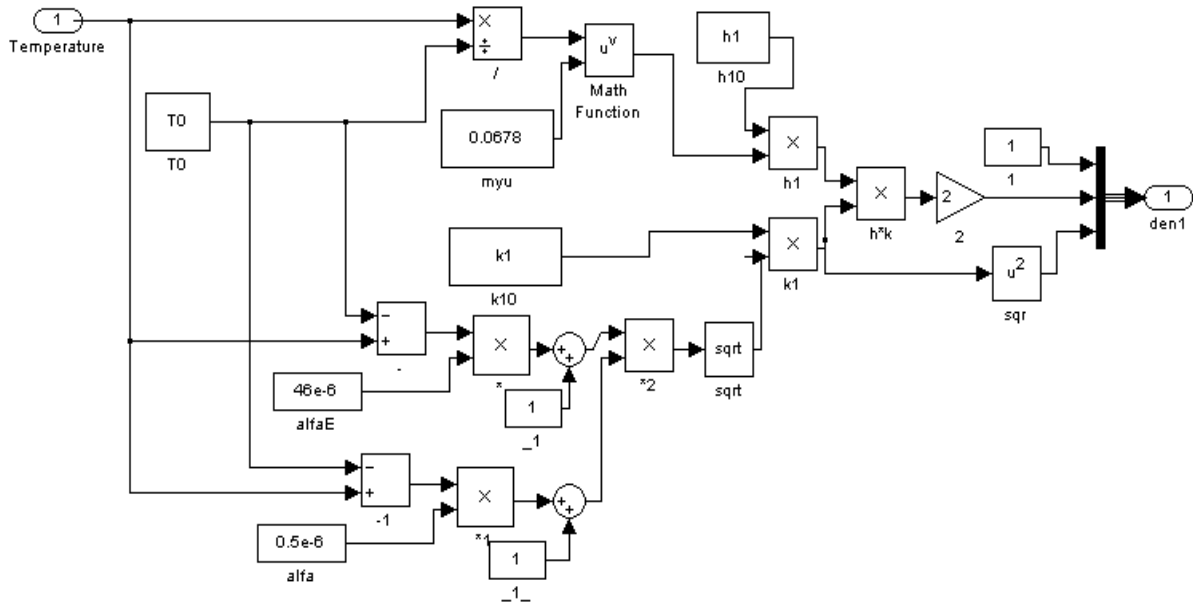


Рис.4 Реалізація блока denum1– полінома знаменника блока primary (var par)

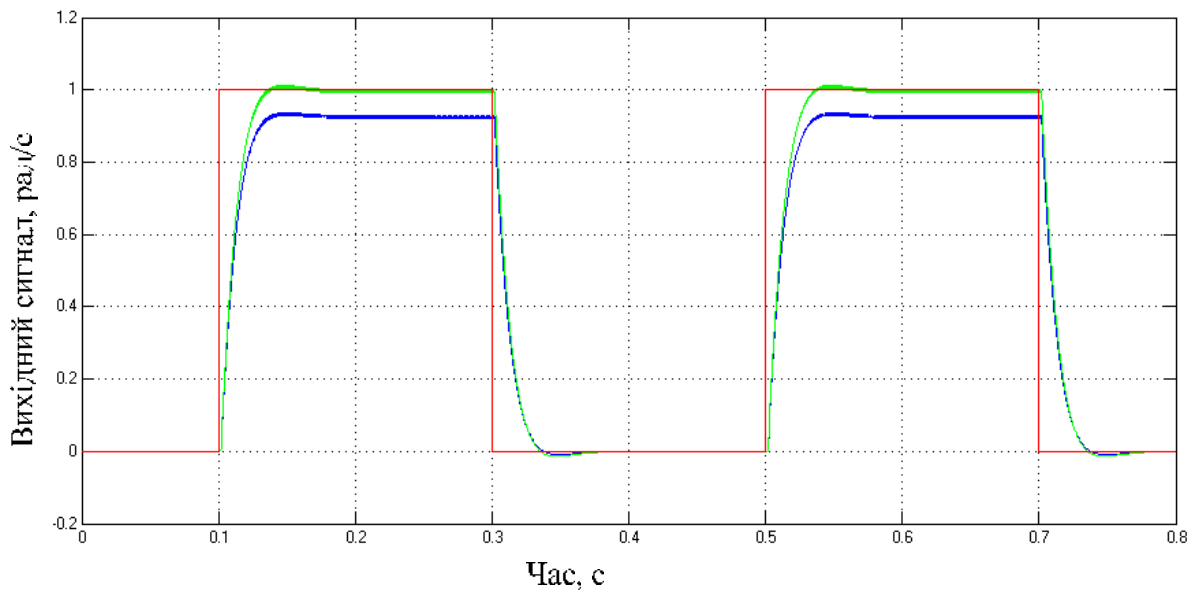


Рис. 5 Порівняння вихідного сигналу моделі з урахуванням температурного впливу та без нього

На рис. 7 зображено порівняння вихідного сигналу моделі з урахуванням температурного впливу та без нього при дії на вході постійної кутової швидкості 1 рад/с та лінійно зростаючої в часі температури. Тонкою лінією позначено модель без урахування температури, товстою – з урахуванням.

На рис. 8 зображена температурна похибка при дії на вході системи постійної кутової швидкості 1 рад/с та лінійно зростаючої в часі температури. Можна бачити, що при збільшенні зміни температури в часі (значення ΔT) температурна похибка зростає лінійно.

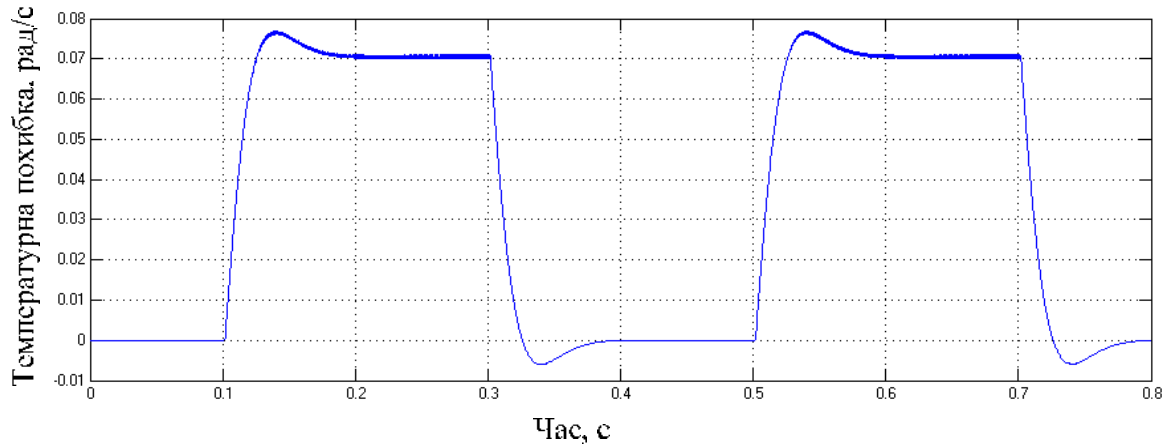


Рис. 6 Температурна похибка КВГ

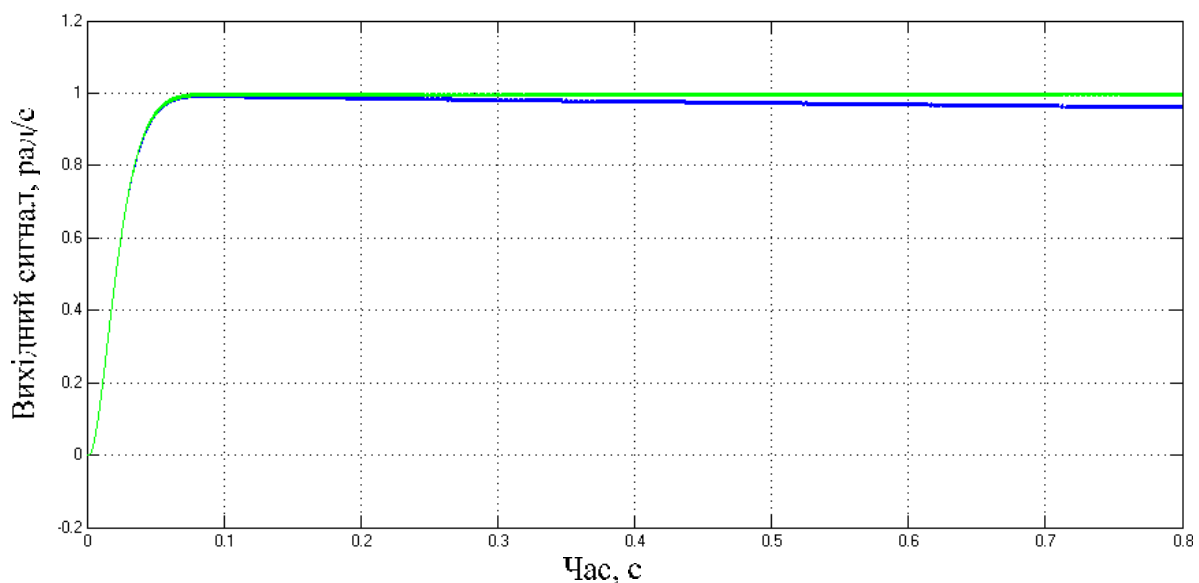


Рис. 7 Порівняння вихідного сигналу моделі з урахуванням температурного впливу та без нього

На рис. 9 зображено порівняння вихідного сигналу моделі з урахуванням температурного впливу та без нього при дії на вході постійної кутової швидкості 1 рад/с та температури, яка змінюється ступінчасто з 23°C до 33°C .

Бачимо, що вихідний сигнал набуває усталеного значення з температурною похибкою 0.063 рад/с, що є досить великою похибкою, і має аперіодичний перехідний процес, який триває 0.04 с.

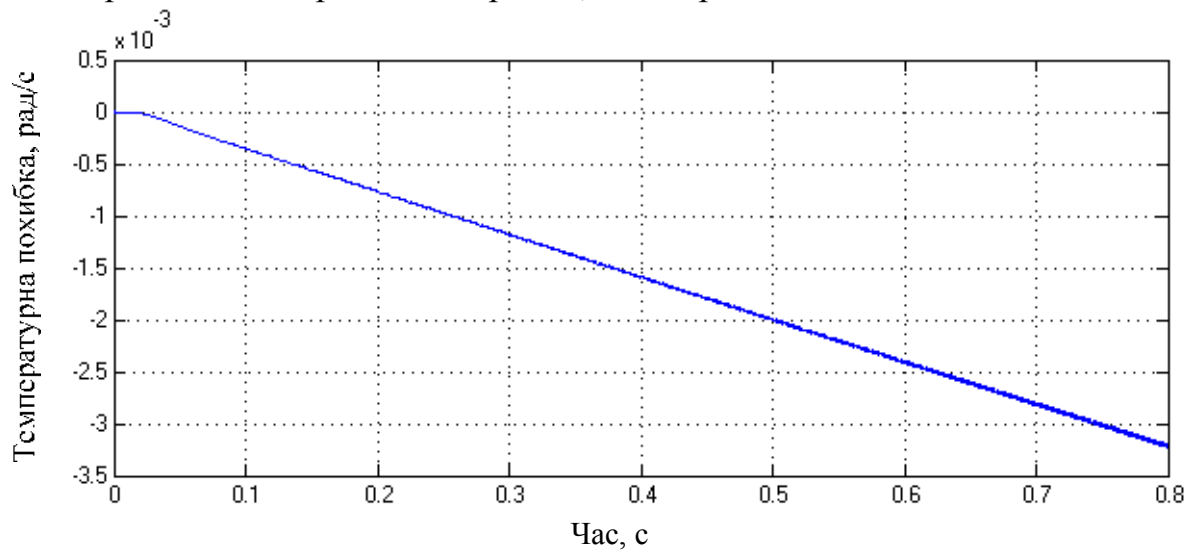


Рис. 8 Температурна похибка КВГ

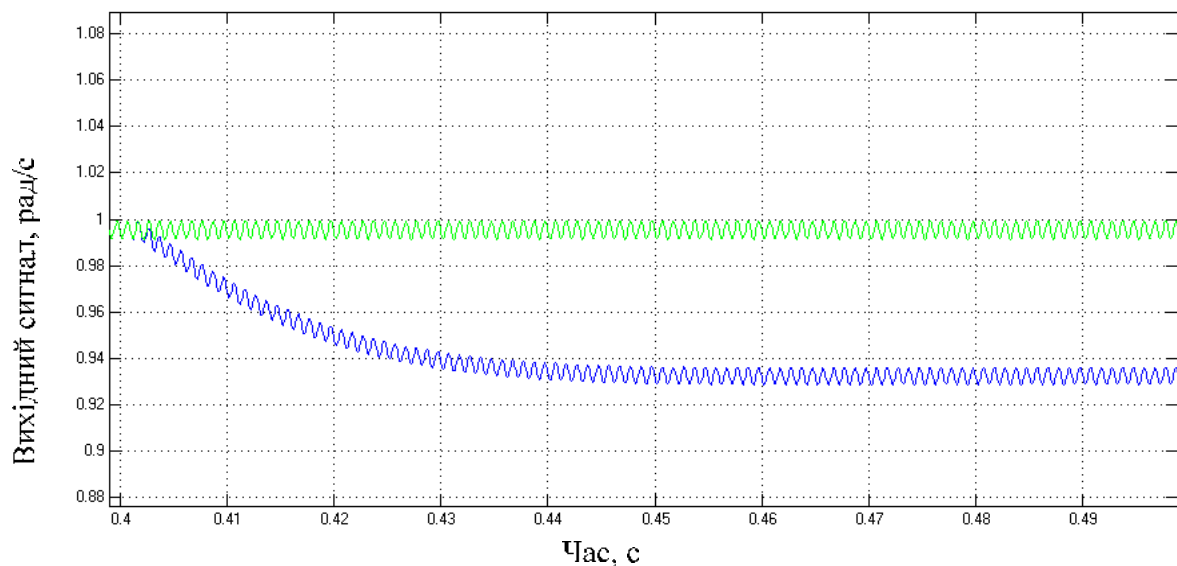


Рис. 9 Порівняння вихідного сигналу моделі з урахуванням температурного впливу та без нього

Висновки

В роботі отримано математичну модель температурно збуреного КВГ, яка базується на більш логічних твердженнях про природу температурного впливу на елементи та середовище КВГ ніж представлені

в літературі. На основі цієї математичної моделі синтезовано комп'ютерну модель КВГ з урахуванням температурного впливу, яка за дозволяє досліджувати вплив температури на КВГ при будь-яких змінах вимірюваної кутової швидкості та температури.

Комп'ютерне моделювання температурного впливу показало, що: згідно отриманої моделі температурна похибка є мультиплікативною; при дії на вході пульсуючого сигналу з одиничною амплітудою та при відхиленні температури від номінального значення на $\Delta T = const = 10^\circ K$ маємо температурну похибку, яка досягає значення 0.075 рад/с; при дії на вході постійної кутової швидкості 1 рад/с та лінійно зростаючої в часі температури маємо лінійно зростаючу температурну похибку; при дії на вході постійної кутової швидкості 1 рад/с та температури, яка змінюється ступінчасто з $23^\circ C$ до $33^\circ C$ бачимо, що вихідний сигнал набуває усталеного значення з температурною похибкою 0.063 рад/с і має аперіодичний перехідний процес, який триває 0.04 с.

Дане дослідження, а також отримані математична та комп'ютерна моделі температурно збуреного КВГ можуть бути застосовані при синтезі алгоритмів або пристроїв компенсації температурного впливу.

Список використаної літератури

1. Распопов В. Я., Микромеханические приборы. – М.:Машиностроение, 2007 – 399с.
 2. Apostolyuk V.A., Dynamics of Coriolis Vibratory Gyroscopes in control systems // Системи управління навігації та зв'язку. – 2010. – №1(13). – с. 62 – 66.
 3. Apostolyuk V.A., Optimal filtering of stochastic disturbances for Coriolis Vibratory Gyroscopes// Інформаційні системи, механіка та керування №3, 2009. – с. 20 – 30.
 4. Головатий А.О., Моделювання впливу коливань кутової швидкості і температури на динамічні характеристики мікромеханічного гіроскопа камертонного типу // Вісник Національного університету "Львівська політехніка": Комп'ютерні науки та інформаційні технології. № 629 – Львів:Видавництво НУ "Львівська політехніка", 2008. – с. 58–65.
 5. Кулик В.О., Алгоритмічна компенсація похибок мікромеханічних датчиків кутової швидкості// Збірник доповідей VI міжнародної н.-т. конференції: Гіротехнології, навігація, керування рухом та конструювання авіаційно–космічної техніки. Ч.1. 2007. – с. 153 – 158.
- Барулина М.А., Температурные и технологические погрешности микромеханических гироскопов. – диссертация на соискание ученой степени к.т.н., Саратов, 2004 – 173 с.