

В.А. АПОСТОЛЮК, А.В. ЗБРУЦКИЙ

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ХРАКТЕРИСТИК МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ ГИРОСКОПОВ С ПОСТУПАТЕЛЬНЫМ И ВРАЩАТЕЛЬНЫМ ДВИЖЕНИЯМИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА

### Введение

Одним из первых микромеханических вибрационных гироскопов был карданный гироскоп, разработанный специалистами Дрейперовской Лаборатории (Draper Laboratory Inc.) [1]. Конструкция чувствительного элемента представляла собой кардановую схему, состоящую из наружной и внутренней рамок (рис. 1).

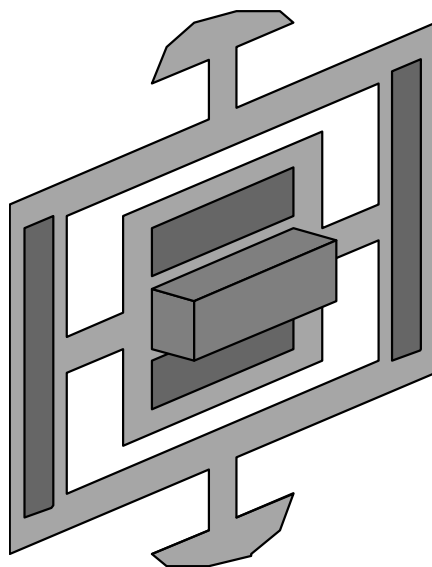


Рис. 1. Карданный микромеханический гироскоп

На последней размещался массивный инерционный элемент. Возбуждались совместные угловые колебания наружной и внутренней рамок вокруг входной оси, а регистрировались угловые колебания внутренней рамки вокруг выходной оси. Динамика и погрешности таких гироскопов описывались в работах [2,3]. Максимальная точность карданового микромеханического гироскопа достигла к 1994 году уровня  $300 \text{ }^\circ/\text{ч}$  [4]. В том же году Дрейперовская Лаборатория представила новый микромеханический гироскоп, построенный по камертонной схеме. Предполагаемая точность таких приборов будет составлять  $10 - 100 \text{ }^\circ/\text{ч}$  [5]. В камертонном гироскопе возбуждаются поступательные колебания двух инерционных масс в упругом подвесе, и регистрируются поступательные колебания этих масс, направленные вне плоскости чувствительного элемента [6]. Основные аспекты динамики и погрешностей камертонного микромеханического гироскопа освещались в работе [2]. Более поздние конструкции микромеханических вибрационных гироскопов используют поступательные возбуждаемые и регистрируемые колебания чувствительного элемента [7,8] (см. рис. 2).

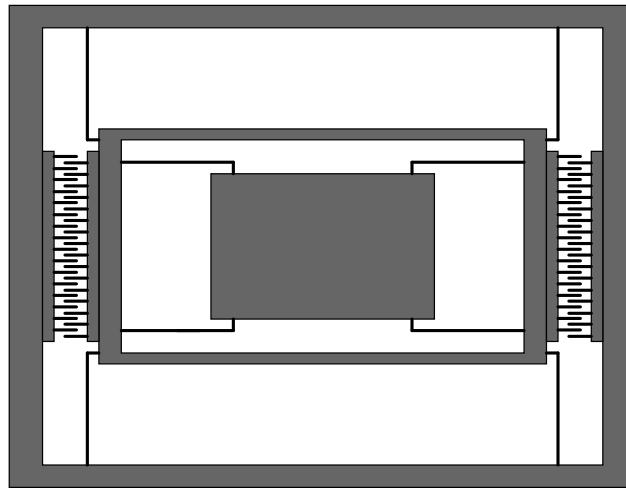


Рис. 2. Гироскоп с поступательными движениями чувствительного элемента

В работе [7] отмечалось, что при дальнейшей миниатюризации гироскопы с поступательными движениями чувствительного элемента могут демонстрировать более высокую разрешающую способность по сравнению с гироскопами, которые используют в своих чувствительных элементах вращательные колебания. Однако публикации, содержащие подтверждающие это исследования, отсутствуют. Проведем анализ и сравнение характеристик микромеханических гироскопов, которые используют поступательные (LL-гироскоп) и вращательные (RR-гироскоп) колебания чувствительных элементов.

#### Амплитуды выходных колебаний

Динамика и погрешности микромеханических гироскопов с поступательным движением чувствительного элемента достаточно подробно освещались в статье [9]. Уравнения движения чувствительного элемента микромеханического LL-гироскопа имеют вид

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + 2h_1\dot{x}_1 + (k_1^2 - \Omega^2)x_1 - 2\Omega\dot{x}_2 = 0, \\ \ddot{x}_2 + 2h_2\dot{x}_2 + (k_2^2 - \Omega^2)x_2 + 2\Omega\dot{x}_1 = q_2 \sin \omega t, \end{cases} \quad (1)$$

где  $x_1$  и  $x_2$  - измеряемые и возбуждаемые поступательные перемещения чувствительного элемента,  $\Omega$  - измеряемая угловая скорость,  $k_1$  и  $k_2$  - парциальные частоты,  $h_1$  и  $h_2$  - коэффициенты демпфирования,  $\omega$  - частота возбуждения,  $q_2$  - амплитуда ускорений от сил, создаваемых системой возбуждения. Амплитуда регистрируемых поступательных колебаний чувствительного элемента LL-гироскопа при резонансе первичных колебаний ( $\omega = k_2 = k_L$ ) определяется по формуле

$$A_L = \frac{q_2}{k_L^3 \zeta \sqrt{1 + \delta k^4 + 2\delta k^2 (2\zeta^2 - 1)}} \Omega, \quad (2)$$

где  $\delta k = k_1/k_2$  - отношение парциальных частот, а  $\zeta$  - относительный коэффициент демпфирования.

Как следует из статьи [3], уравнения движения чувствительного элемента RR-гироскопа будут следующие:

$$\begin{cases} \ddot{\alpha} + 2h_1\dot{\alpha} + (k_1^2 - d_1\Omega^2)\alpha - g_1\Omega\dot{\beta} = 0, \\ \ddot{\beta} + 2h_2\dot{\beta} + (k_2^2 - d_2\Omega^2)\beta + g_2\Omega\dot{\alpha} = m_2 \sin \omega t. \end{cases}$$

Здесь  $\alpha$  и  $\beta$  - соответственно выходные и возбуждаемые угловые колебания,  $d_j$  и  $g_j$  - безразмерные параметры, которые зависят от инерционных свойств чувствительного элемента,  $m_2$  - угловое ускорение от моментов, создаваемых системой возбуждения. Остальные параметры аналогичны таковым в уравнениях (1). Амплитуда регистрируемых поступательных колебаний электродов системы съема RR-гироскопа при резонансе возбуждаемых колебаний ( $\omega = k_2 = k_R$ ) будет

$$A_R = \frac{g_1 m_2 R}{4k_R^3 \zeta \sqrt{1 + \delta k^4 + 2\delta k^2 (2\zeta^2 - 1)}} \Omega, \quad (3)$$

где  $R$  - расстояние от оси вращения до центра пластины электрода системы съема.

В случае одинаковых регистрируемых перемещений чувствительных элементов, вызванных одинаковой угловой скоростью, можем составить уравнение

$$(A_R = A_L) \Rightarrow \frac{g_1 R^2 m_L}{4k_R^3 J_R} = \frac{1}{k_L^3}. \quad (4)$$

Здесь было принято, что расстройка частот у чувствительных элементов одинакова, а  $m_2 = q_2 R m_L / J_R$ , где  $m_L$  - масса чувствительного элемента LL-гироскопа, а  $J_R$  - момент инерции RR-гироскопа.

Из анализа выражений (2) и (3) следует, что амплитуда выходных колебаний тем больше, чем меньше рабочая (парциальная) частота чувствительного элемента. Для корректного сравнения измерительных свойств рассматриваемых гироскопов будем рассматривать минимальную для каждой из схем рабочую частоту при заданных габаритных размерах.

#### Минимальные частоты

Рассмотрим прямоугольные планарные чувствительные элементы, которые соединяются с основанием следующим образом: для LL-гироскопа при помощи 4-х упругих элементов прямоугольного сечения (рис. 3), а для RR-гироскопа - двумя торсионными прямоугольного сечения (рис. 4). В этом случае для заданных габаритных размеров чувствительного элемента  $L_X$  и  $L_Y$  парциальная частота первичных колебаний LL-гироскопа вычисляется по формуле

$$k_L = 2 \sqrt{\frac{bh^3 E}{\rho l^3 L_X (L_Y - 2l)}}, \quad (5)$$

где  $E$  - модуль Юнга первого рода;  $\rho$  - плотность материала;  $l$ ,  $b$ ,  $h$  - длина, ширина и толщина упругого элемента подвеса. Соответствующая собственная частота RR-гироскопа будет

$$k_R = 2 \sqrt{\frac{4bGh^2}{\rho l L_X (h^2 + L_X^2) (L_Y - 2l)}}. \quad (6)$$

Здесь  $G$  - модуль Юнга второго рода.

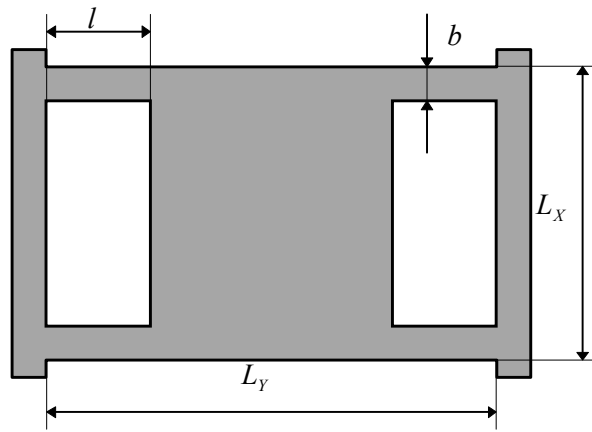


Рис. 3. Схема LL-гироскопа

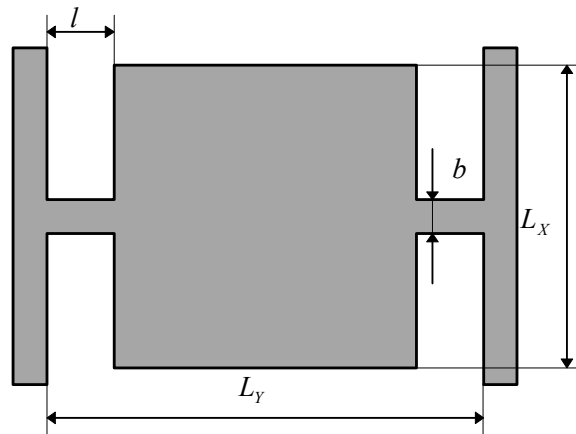


Рис. 4. Схема RR-гироскопа

Графики зависимостей частот (5) и (6) от длины упругого элемента в диапазоне от 0 до  $L_Y/2$  представлены на рис. 5 и рис. 6.

Из анализа графиков на рис. 5 и 6 следует, что зависимости (5) и (6) имеют очевидный минимум. Найдя эти минимумы, приравняв к нулю производные от частот по  $l$ , определим оптимальную длину для LL-гироскопа

$$l = \frac{3L_Y}{8}, \quad (7)$$

и для RR-гироскопа

$$l = \frac{L_Y}{4}. \quad (8)$$

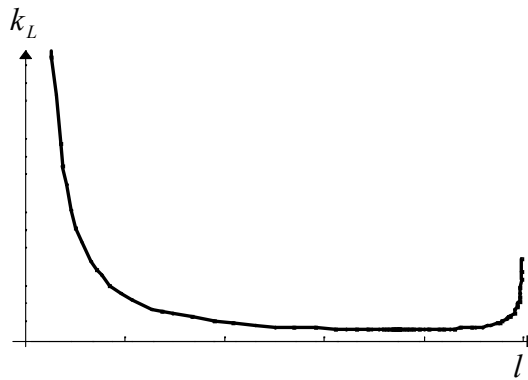


Рис. 5. Парциальная частота LL-гироскопа

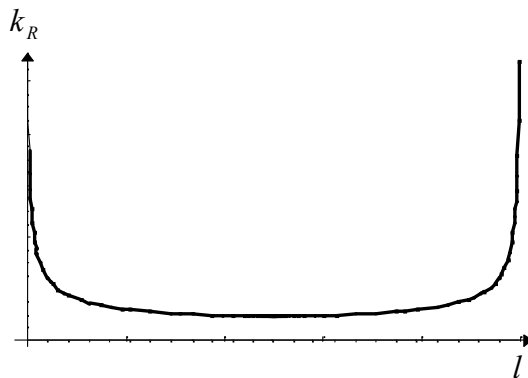


Рис. 6. Парциальная частота RR-гироскопа

После подстановки длин (7) и (8) соответственно в выражения (5) и (6) получаем

$$k_L = \frac{64}{3} \sqrt{\frac{4Ebh^2}{9\rho L_X L_Y^4}}, \quad k_R = 8 \sqrt{\frac{Gbh^2}{\rho L_X L_Y^2 (h^2 + L_X^2)}}. \quad (9)$$

Формулы (9) позволяют вычислить минимальную парциальную частоту для заданных габаритных размеров чувствительных элементов сравниваемых гироскопов.

### Анализ габаритных размеров

Подставим зависимости (9) в уравнение (4) приняв, что чувствительные элементы имеют одинаковые габариты в направлениях X и Y:

$$\begin{aligned} L_X = L_Y = 2R = L & \quad - \text{ для RR-гироскопа,} \\ L_X = L_Y = L_0 & \quad - \text{ для LL-гироскопа.} \end{aligned}$$

Получаем следующее уравнение относительно габаритов сравниваемых чувствительных элементов:

$$\frac{81(h^2 + L^2)}{g_1 L_0^2} \left[ \frac{G}{L^3(L^2 + h^2)} \right]^{\frac{3}{2}} = 128\sqrt{6} \left[ \frac{E}{L_0^5} \right]^{\frac{3}{2}}. \quad (10)$$

Решим уравнение (10) относительно габаритного размера чувствительного элемента LL-гироскопа

$$L_0 = 2 \left[ \frac{2^4 E^3 g_1^2 L^9 (h^2 + L^2)}{2^4 G^3} \right]^{\frac{1}{11}}. \quad (11)$$

График зависимости  $L_0$  от соответствующего габарита чувствительного элемента RR-гироскопа  $L$  представлены на рис. 7.

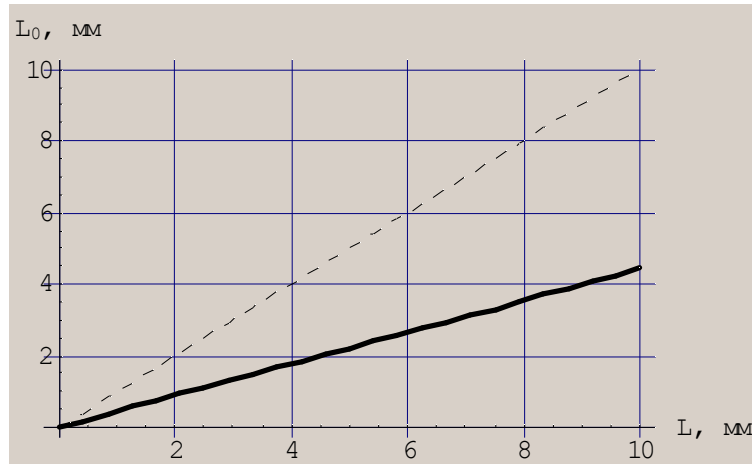


Рис. 7. Соотношение габаритных размеров гироскопов

Из анализа графика на рис. 7 видно, что одинаковыми измерительными свойствами будут обладать RR-гироскоп с габаритами приблизительно в 2,2 раза большими, чем LL-гироскоп. Таким образом, для обеспечения одинаковой амплитуды регистрируемых выходных колебаний при одинаковой угловой скорости необходимо, чтобы чувствительный элемент RR-гироскопа был по площади примерно в 4 раза больше, чем соответствующий чувствительный элемент LL-гироскопа.

### Разрешающая способность

Проведем теперь сравнение микромеханических гироскопов с поступательным и вращательным движением чувствительных элементов на основе анализа их разрешающей способности. Если известно минимальное изменение емкости  $\Delta C$ , которое регистрируется сервисной электроникой прибора, то минимальное изменение угловой скорости, которое может измерить LL-гироскоп определяется по формуле

$$\Delta\Omega_{\min}^L = \frac{d_0^2 k_L^3 \zeta \Delta C \sqrt{[\delta k^4 + 1 + 2\delta k^2 (2\zeta^2 - 1)]}}{4\epsilon\epsilon_0 S q_2}, \quad (12)$$

где  $S$  - площадь обкладок системы съема,  $d_0$  - зазор между обкладками в состоянии покоя,  $\epsilon$  - диэлектрическая проницаемость вещества, которое заполняет свободное пространство чувствительного элемента,  $\epsilon_0$  - диэлектрическая проницаемость вакуума. Несколько иная формула для расчета разрешающей способности приводилась в [7]. Аналогичное выражение для разрешающей способности RR-гироскопа будет иметь вид

$$\Delta\Omega_{\min}^R = \frac{2d_0^2 k_R^3 (h^2 + L_X^2) \Delta C \zeta \sqrt{[\delta k^4 + 1 + 2\delta k^2 (2\zeta^2 - 1)]}}{3\epsilon\epsilon_0 S g_1 q_2 L_X^2}. \quad (13)$$

Для сравнения разрешающих способностей аналогичных микромеханических гироскопов с различным характером движения чувствительных элементов найдем их отношение из выражений (12) и (13)

$$\chi = \frac{\Delta\Omega_{\min}^L}{\Delta\Omega_{\min}^R} = \frac{256E}{27G} \sqrt{\frac{E(h^2 + L^2)}{L^2G}}. \quad (14)$$

График зависимости приведен на рис. 8.

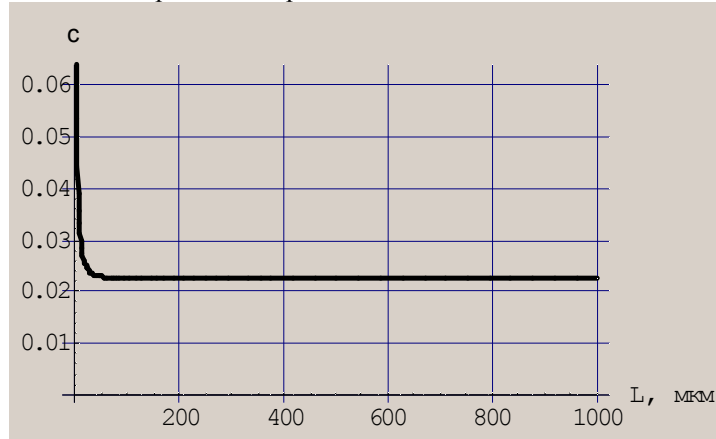


Рис. 8. Отношение разрешающих способностей

Анализ зависимости (14) и приведенного графика (рис. 8) показывает, что разрешающая способность микромеханического вибрационного гироскопа с вращательным движением чувствительного элемента практически при любых габаритах будет хуже разрешающей способности LL-гироскопа с теми же габаритными размерами. Габаритные размеры для гироскопов с одинаковыми разрешающими способностями также будут отличаться приблизительно в 2,2 раза в пользу LL-гироскопа.

### Выводы

Проведенный сравнительный анализ измерительных характеристик микромеханических гироскопов с поступательным и вращательным движениями чувствительного элемента показал, что при использовании вращательных возбуждаемых и выходных колебаний (кардановая схема) чувствительный элемент будет примерно в 4 раза больше по площади, чем аналогичный ему гироскоп с поступательными колебаниями. Однако более низкие требования к уровню технологии, необходимому для изготовления карданового гироскопа, делают некоторые конструкции RR-гироскопов конкурентноспособными с гироскопами LL-схем.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Пат. 4598585 США. Planar inertial sensor / **Boxenhorn B.** (США); The Charles Stark Draper Laboratory, Inc., Cambridge; Заявл. 19.03.1984; Опубл. 8.07.1986.
2. **Apostolyuk V. A., Zbrutsky A. V.** Investigation of micromechanical inertial devices // 4-th St. Petersburg international conference on integrated navigation systems. - St. Petersburg. - 1997. - P. 330-336.
3. **Збруцький В.О., Апостолюк В.О.** Дослідження динаміки карданового мікромеханічного гіроскопа // "Наукові вісті Національного технічного університету України "КПІ"". - Київ: НТУУ "КПІ". - 1998. - 3. - С.115-121.

4. **Barbour N., Elwell I., Setterlund R., Schmidt G.** Inertial instruments: where to now? // 1 St. Petersburg international conference on gyroscopic technology. - St. Petersburg. - 1994. - P. 13-24.

5. Пат. 5349855 США. Comb drive micromechanical tuning fork gyro / **Bernstein I., Weinberg M.** (США); The Charles Stark Draper Laboratory, Inc., Cambridge; Заявл. 07.04.1992; Опубли. 27.09.1994.

6. **Weinberg M., Bernstein I., Cho S., King A., Kourepenis A., Ward P., Sohn I.** A Micromachined comb drive tuning fork gyroscope for commercial applications // 2-nd St. Petersburg international conference on gyroscopic technology and navigation. - St. Petersburg. - 1995. - P. 79-87.

7. **Geiger W., Folkmer B., Sandmaier H., Lang W.** Improved Rate Gyroscope Designs Designated for Fabrication by Modern Deep Silicon Etching // Symposium Gyro Technology 1997. - Germany, Stuttgart. - 1997. - P. 2.0-2.8.

8. **Kranz M.S., Fedder G.K.** Micromechanical Rate Gyroscopes Fabricated in Conventional CMOS // Symposium Gyro Technology 1997. - Germany, Stuttgart. - 1997. - P. 3.0-3.8.

9. **Збруцкий А.В., Апостолок В.А.** Динамика чувствительного элемента микромеханического гироскопа с дополнительной рамкой // "Гироскопия и навигация". - Санкт-Петербург: ЦНИИ "Электроприбор". - 1998. - № 3(22). - С. 13-23.